

Carte topografiche stereoscopiche.

Nota del tenente generale C. F. CREMA

Il problema che mi propongo di risolvere può essere così enunciato :

« Derivare da una carta topografica due altre carte che, convenientemente disposte in un apparato stereoscopico, producano l'illusione del rilievo, come se in loro vece esistesse un unico plastico del terreno rappresentato dalla carta topografica ».

Questo problema è stato da me studiato a semplice titolo di svago; esso non troverà forse mai, in pratica, utili applicazioni; ma, se queste poche pagine potranno procurare analogo svago a coloro che di consimili studi si dilettono, non avrò fatto cosa del tutto inutile.

*
* *

Parmi conveniente esporre anzitutto alcune considerazioni intorno a quel fenomeno ottico che ci permette di apprezzare il rilievo del terreno, ed, entro certi limiti, anche le distanze che ci separano dai vari oggetti su esso distribuiti.

È noto che noi valutiamo istintivamente le distanze dei vari oggetti distribuiti nello spazio a mezzo dell'angolo che fra loro fanno le visuali dirette simultaneamente dai due occhi ad ogni singolo oggetto o, meglio, ad ogni singolo punto; in altre parole, a mezzo delle parallassi ottiche dei vari punti.

Possiamo affermare che nel nostro cervello si risolve, inconsciamente, il seguente problema di trigonometria: determinare l'altezza d'un triangolo isoscele, del quale si conoscono la base e i due angoli adiacenti. Dicendo isoscele suppongo che l'oggetto osservato si trovi esattamente di fronte a chi osserva; se lo sguardo fosse obliquo, dovremmo sostituire alla parola altezza quella, ad esempio, di bisettrice dell'angolo opposto alla base;

ma il problema è sempre lo stesso. Per effetto della stereoscopia fotografica viene a presentarsi a ciascuno dei nostri occhi un panorama identico a quello che essi rispettivamente vedrebbero in natura; noi possiamo ritenere l'effetto stereoscopico come risultante dalla sovrapposizione contemporanea nello *châssis* misterioso del nostro cervello di due prospettive d'uno stesso panorama, aventi per punti di vista i centri dei cristallini dei nostri occhi.

*
* *

Invero il fenomeno in parola è in natura alquanto più complesso.

Gli occhi percepiscono il rilievo del terreno, in virtù di un effetto telemetrico (1) e di uno prospettico; il primo esige la visione contemporanea dei due occhi; per il secondo è sufficiente quella d'un occhio solo.

L'effetto prospettico è dovuto alla diversa ampiezza dell'angolo sotto il quale l'occhio vede un oggetto posto a diverse distanze; si tratta di un fenomeno quasi inverso a quello telemetrico; in questo sono in funzione le parallassi dei vari punti dello spazio rispetto alla distanza fra i due cristallini; in quello prospettico, invece, è in funzione la parallasse del nostro cristallino rispetto alle dimensioni degli oggetti distribuiti nello spazio (2).

Comunemente diciamo che si vedono grossi gli oggetti vicini e piccoli quelli lontani; sarebbe meno inesatto dire che vediamo i vari oggetti a scala diversa, a seconda della loro distanza.

*
* *

Nel senso geometrico si potrebbe affermare che il fenomeno prospettico produce vere e proprie deformazioni ottiche della plastica del terreno; il perchè di queste deformazioni si può geometricamente ed elementarmente dimostrare, prendendo ad esame l'immagine di un panorama riprodotto in un apparato

(1) Visione stereometrica.

(2) L'effetto prospettico ci permette di valutare con qualche approssimazione la distanza degli oggetti, se di questi ci son note le dimensioni.

fotografico posto a conveniente altezza sopra il terreno stesso, con l'asse ottico dell'obbiettivo verticale.

Supponiamo visibilmente tracciate sul terreno le curve di livello, con l'equidistanza h ; se il piano contenente la curva più bassa dista D dal centro ottico dell'obbiettivo (1), se d è l'analogica distanza dell'immagine, il rapporto fra le dimensioni lineari della curva di livello sul terreno e quella riprodotta sul vetro sarà $\frac{d}{D}$; per la curva che segue immediatamente in altezza, questo rapporto sarà $\frac{d}{D-h}$ e per le successive $\frac{d}{D-2h}$ $\frac{d}{D-3h}$... $\frac{d}{D-nh}$, potendosi considerare come poco variabile il valore di d , data la considerevole distanza D del centro ottico dell'obbiettivo dal terreno.

La scala quindi secondo la quale le varie curve si riproducono nell'immagine fotografica è funzione delle quote delle curve, ed il rapporto fra le scale delle immagini di due curve successive, è

$$\frac{\frac{d}{D-nh}}{\frac{d}{D-(n+1)h}} = \frac{D-(n+1)h}{D-nh},$$

rapporto che tende ad 1 col crescere di D , quando n e h si mantengano relativamente piccoli.

*
* *

Ciò che accade sul vetro smerigliato dell'apparato fotografico si ripete sulla retina dell'occhio, sulla quale le deformazioni prospettiche sono talvolta sensibilissime.

Così le curve di livello (sezioni normali) d'un cono regolare, osservate da un punto di vista situato sull'asse del cono, dovrebbero apparire circonferenze concentriche fra loro equidistanti, se equidistanti sono i piani delle curve; invece si vedono bensì circolari, ma fra loro sempre più avvicinate procedendo dal vertice

(1) In realtà questa distanza dev'essere riferita al primo punto principale dell'obbiettivo.

alla base, tanto che l'occhio prova l'illusione di vedere non già un cono a generatrice rettilinea, ma un'ogiva.

Un areonauta che, trovandosi a non grande altezza dal suolo, osservasse con un sol occhio un sottostante monte avente un pendio con la concavità rivolta al cielo (profilo comune dei declivi abراس dalle acque) potrebbe ritenere probabilmente che tale pendio fosse o completamente piano o convesso con la concavità rivolta in giù; se poi passasse sopra un edificio avente forma di tronco di piramide, potrebbe cadere nell'incertezza od in errore, se il suo occhio casualmente venisse a trovarsi nell'incontro del prolungamento degli spigoli convergenti del tronco, perchè facilmente lo scambierebbe con un edificio a forma paralelepipedo.

Illusione di genere consimile prova talvolta un qualche « Tartarin », il quale, dopo aver coraggiosamente percorso in salita il pendio di un monte, si sente avvilito e si fa trepidante se deve ritornare su' suoi passi per scendere al piano; a' suoi occhi il versante appare allora tanto più ripido, quanto più guarda in basso; anche qui c'è inganno ottico, dovuto sempre al non costante rapporto $\frac{D - (n + 1) h}{D - n h}$.

Per contro, l'occhio di un areonauta, che abbia raggiunto elevate regioni aeree, non percepisce quasi più il rilievo del sottostante terreno, specie se le ondulazioni siano poco accentuate.

Eguale fenomeno notiamo esaminando le telefotografie; queste generalmente sono giudicate splendide per nitidezza e per ricchezza di particolari, ma, in verità, artisticamente considerate, poco soddisfano; il panorama fotografico non ci riproduce quello che noi vedremmo in natura; poco deformato prospetticamente, è per contro affetto dalla cosiddetta prospettiva parallela; nessun distacco esiste fra il primo piano panoramico, il secondo ed i successivi: se vi sono rappresentati edifici, questi si giudicano assai a noi vicini, perchè appaiono di dimensioni relativamente grandi e molto nitidi nei loro particolari; ma, giudicandoli vicini, il nostro occhio non sa persuadersi che la convergenza prospettica di talune linee, effettivamente parallele, ma che in natura

vedremmo dirette al punto di fuga, sia così poco sentita, e ritiene quindi errata la prospettiva (1).

E qui, incidentalmente, giova notare come le deformazioni prospettiche sieno la principale causa dei sensibili errori cui si va incontro nei rilievi del terreno fatti con la semplice fotografia aerea, se il terreno non è perfettamente piano ed orizzontale; ecco per qual ragione si può affermare che il metodo veramente rigoroso per siffatti rilievi è quello che si basa sulla fotogrammetria aerea stereoscopica (2).

*
**

I due fenomeni, telemetrico e prospettico, così intimamente legati fra loro, sono ingegnosamente riprodotti dalla stereoscopia fotografica, la quale, come ho già detto, sostituisce ai due occhi due obbiettivi fotografici, posti fra loro a distanza eguale a quella dei cristallini ed alle due retine due lastre sensibili.

A questo procedimento, così semplice, non si può ricorrere per risolvere il problema proposto, non esistendo sulle carte topografiche rilievi di sorta, ma solo le loro proiezioni orizzontali, rappresentate mediante le curve di livello.

Converrà pertanto considerare separatamente i due fenomeni e studiare il problema facendo ricorso agli ordinari metodi di geometria descrittiva, valendosi cioè di proiezioni su due piani, uno verticale e l'altro orizzontale.

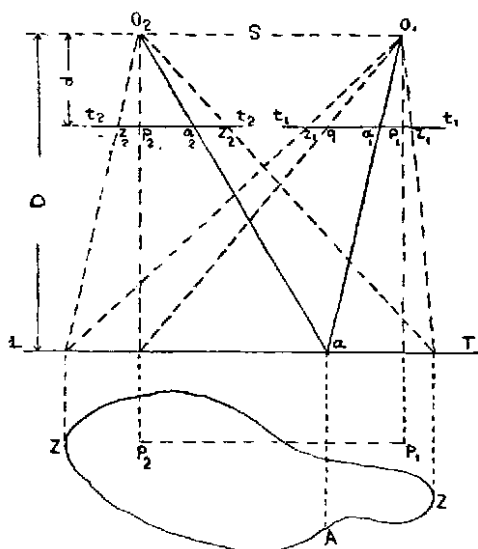
Sia appunto L, T la linea di terra; sul piano orizzontale sia disegnata una curva di livello ZZ ; sieno o_1 ed o_2 i centri dei cristallini e rappresentino t_1, t_2 le proiezioni verticali dei piani contenenti le immagini stereoscopiche della curva di livello: tali immagini saranno stereoscopiche in quanto le visuali dirette da o_1 ed o_2 rispettivamente ai punti a_1 ed a_2 produrranno l'illusione di vedere un unico punto A nel piano ZZ , e l'illusione generale,

(1) L'osservazione fatta con un sol occhio è incerta, se la posizione dell'occhio rimane fissa; è però sufficiente una piccola oscillazione della testa per produrre un apprezzamento di carattere stereometrico, data la composizione che la mente è capace di fare delle quasi contemporanee due percezioni.

(2) C. CREMA, *La fotografia aerea applicata al rilievo del terreno*, in: *Rivista d'Artiglieria e Genio*, 1902, vol. I.

rispetto all'intera curva, sarà di vedere questa distesa sopra un piano ZZ distante D dagli occhi, mentre le immagini stereoscopiche ne distano realmente solo di d .

Le visuali partenti da ciascun occhio a tutti i punti delle rispettive immagini stereoscopiche della curva di livello, costitui-



scono due superficie coniche, aventi per unica direttrice la curva di livello ZZ ; essendo il piano $t_1 t_2 t_3 t_4$ parallelo a quello ZZ e distando gli occhi egualmente da detto piano, le due immagini stereoscopiche saranno simili alla curva direttrice, epperò simili fra loro non solo, ma anche eguali.

L'illusione stereoscopica che tali immagini ci procurano dipende pertanto, in questo caso, solo dalla diversa loro posizione rispetto alle normali condotte dai

centri dei cristallini al piano $t_1 t_2 t_3 t_4$; questo spostamento d'una immagine rispetto all'altra è assai facile a determinarsi.

Sia p_2 la proiezione del cristallino o_2 sul piano $t_1 t_2 t_3 t_4$ e P_1 la corrispondente su quello ZZ ; noi potremmo, ricorrendo ad un sistema di coordinate (preferibilmente polari), origine in p_2 tracciare per punti l'immagine $z_1 z_2$ sapendo che le sue dimensioni lineari stanno alle corrispondenti della ZZ nel rapporto $\frac{d}{D}$.

Nell'immagine sottoposta al cristallino o_1 l'origine q delle coordinate non coincide più colla proiezione p_1 , ma si trova spostata di una quantità $qp_1 = \frac{d}{D} S$ dove S è la distanza fra i centri dei due cristallini.

Determinato questo spostamento, non avremo che da portarlo, a partire da p_1 sulla retta $p_1 p_2$, traccia sul piano $t_1 t_2 t_3 t_4$ di quello verticale passante pei cristallini; ottenuta così l'origine q

delle coordinate, potremo, come prima, disegnare per punti l'immagine stereoscopica da sottoporsi all'occhio o_1 , o meglio ripetere la stessa immagine già disegnata per l'altro occhio, riferendola alla nuova origine e mantenendola orientata sulla retta $p_1 p_2$.

Per rappresentare altre curve di livello che fossero segnate sul piano topografico, non si avrebbe che da ripetere le operazioni ora descritte, avvertendo che per determinare tanto le coordinate lineari, quanto gli spostamenti di q , si dovrebbe sostituire a D i successivi valori $D-h$, $D-2h$, $D-3h$, ecc., dove h rappresenta l'equidistanza delle curve, le quali verrebbero così disegnate tutte a scala diversa, ottenendosi per tal modo anche l'effetto prospettico.

Si comprende di leggieri come la soluzione del problema quale venne ora descritta sia puramente teorica, poichè, praticamente, riuscirebbe assai lunga e difficile; lunga pel fatto di dovere tracciare per punti le curve di livello, difficile, perchè le immagini dovrebbero ridursi sempre a scala assai piccola per adattarle agli ordinari apparati stereoscopici.

*
* *

Di fronte a queste difficoltà sorge spontanea l'idea di far ricorso ad una macchina fotografica, funzionante da camera oscura, per ricavare successivamente le due carte, alla stessa scala di quella originale, salvo a ridurle poi fotograficamente alle proporzioni volute dallo stereoscopio; ecco in qual modo si potrebbe procedere:

Si disponga davanti all'obiettivo la carta da trasformare ad una distanza iniziale D dal centro ottico, tale che sia $D = d = 2f$ essendo f la distanza focale e d quella dell'immagine dal centro ottico.

Al vetro smerigliato sostituitone uno, terso, ricoperto di carta velina, si delinei su questa la curva di livello di minore elevazione, che si potrebbe denominare curva di base.

Per delineare altra curva avente una quota nh rispetto alla precedente e volendo tener conto della deformazione prospettica cui andrebbe essa soggetta se realmente avesse tale elevazione, si porti la carta ad una distanza $D - nh$ dal centro ottico, dando

ad h il valore richiesto dalla scala della carta e si sposti lo *châssis* per modo da porre a fuoco l'immagine di detta curva.

Analiticamente la nuova distanza d' dello *châssis* si ricava dalle due condizioni cui essa deve soddisfare.

La scala corrispondente a tale curva rispetto a quella originale è $s = \frac{d'}{D - nh}$; d'altra parte la formola che stabilisce i rap-

porti fra i fuochi coniugati esige che $\frac{1}{D - nh} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}$.

Da queste due condizioni si ricava $s = \frac{f}{(D - f) - nh}$ e siccome inizialmente $D = 2f$ avremo ancora $s = \frac{f}{f - nh}$.

Essendo noti f ed h si potrà costruire una tabella che indichi per ogni curva la scala alla quale si deve delineare e per ottenerla graficamente sarà sufficiente tracciare sulla carta topografica una retta di determinata lunghezza e sulla carta velina, là dove se ne riproduce l'immagine, altra retta, sulla quale sieno segnate le necessarie suddivisioni in più, corrispondenti ad ogni quota delle curve (1).

Compiuta la delineazione di tutte le curve, si ripeta l'operazione su un altro foglio di carta velina, riportando la carta originale alla primitiva distanza e spostandola lateralmente (nel senso cioè dei paralleli) d'una quantità eguale a quella che corre fra i due occhi.

Se l'apparato stereoscopico impiegato è quello comunemente in uso, rimarrà a ridurre poi fotograficamente alle volute dimensioni i due disegni; ciò non sarà necessario se si disporrà di apparati a prismi, sul genere dello stereografo o dello stereotelemetro Zeiss (2).

(1) Esempio: La carta topografica è al 25,000; l'equidistanza di 25 metri è graficamente di 0.001; sia $f = 0.35$ ed $n = 25$ sarà $s = \frac{350}{325}$.

Se la retta tracciata sulla carta avrà una lunghezza di millimetri 325, la sua immagine dovrà risultare di millimetri 350.

(2) In altri apparecchi, le due immagini stereoscopiche, anzichè separate, sono sovrapposte, pur non potendo combaciare esattamente; cito ad esempio quello ideato dal Rollmann, dal Ducos du Hauron, il cinematografo stereoscopico dei signori Dupuis e Schmidt ed infine il recente ingegnoso appa-

*
* *

Questo secondo modo di rendere stereoscopiche le curve di livello è meno difficile del precedente, ma richiede tuttavia un lavoro assai lungo e delicato.

Viene allora naturale la domanda: perchè non potremmo mantenere inalterate le dimensioni delle curve? quale influenza avrà questa semplificazione di procedimento sull'effetto stereoscopico?

Se noi ci limiteremo a spostare solo le curve (nel modo già indicato) mantenendo inalterate le loro dimensioni, otterremo egualmente l'illusione del rilievo, senza arrecare alcuna deformazione prospettica; vedremo nell'apparato stereoscopico il terreno con una « parvenza *sui generis* », che in natura mai si verifica, ma avremo in compenso il vantaggio di vedere non alterate le pendenze e di mantenere alla carta topografica tutta l'esattezza geometrica; d'altra parte poi si può ritenere che l'effetto stereoscopico così ottenuto, non si scosterà gran che da quello che si presenta in natura; ce lo dice il rapporto s , del quale si è fatto prima parola, il cui valore si allontana poco dall'unità, anche per curve fra loro assai distanti (1).

*
* *

Conchiudendo, se vorremo che le forme del terreno ci appaiano « esattamente » quali le vedremmo in natura, converrà valersi d'una camera oscura o delineare successivamente, a scala variabile, le curve di livello poi due disegni; otterremo così una carta topografica completamente « stereoscopica ».

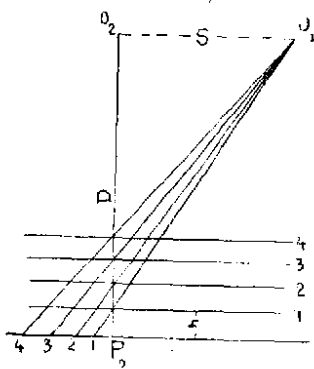
recchio dello Estanave, il quale ottiene la sintesi delle vedute stereoscopiche mediante reticoli, a linee parallele, tracciati sulle due facce d'una lastra di cristallo terso. Non è il caso qui di prendere ad esame i principii d'ottica sui quali si basa il funzionamento di questi apparecchi; solo occorre notare che anche nei casi in cui le immagini sono sovrapposte, è necessario sempre crearne in precedenza due distinte, dotate di proprietà stereoscopiche.

(1) Se si volesse che l'effetto del rilievo apparisse più accentuato, si potrebbe dare ad s un valore maggiore di quello dello scostamento pupillare naturale (oscillante fra m. 0.055 e 0.064), oppure attribuire alla equidistanza h un valore più grande del reale; ma evidentemente con queste varianti andrebbe perduta l'esattezza geometrica.

Se vorremo invece mantenere alla carta tutta l'esattezza geometrica, rinunciando però all'effetto prospettico, sarà sufficiente spostare le curve orizzontali, nel senso dei paralleli, in una delle due carte derivate rispettivamente di quantità $s = \frac{nh}{D - nh} S$, mentre l'altra carta derivata potrà essere quella stessa originale.

Il valore di D è arbitrario, ma deve però esser tale da permettere che l'intero disegno topografico sia compreso nel « settore di vista contemporanea » (60°) e da lasciare inoltre scorgere i versanti (volti verso l'esterno) di quei monti che si trovassero disegnati alla periferia.

Nella riproduzione fotografica, occorrente per rendere i due disegni adattabili all'apparato stereoscopico, tutte le dimensioni



lineari e quindi anche gli spostamenti s , si ridurranno in ragione del rapporto fra i fuochi coniugati dell'obiettivo; ma in grazia delle lenti dell'apparato stereoscopico, le due immagini saranno poi riportate alla distanza di visione distinta.

Una scala di riduzione per avere graficamente gli spostamenti delle varie curve di livello, in relazione alle loro quote, mentre riuscirà utilissima, sarà anche facile a costruirsi, come lo indica la qui annessa figura.

*
*
*

Finora non si fece parola che della plastica del terreno, non ci siamo cioè occupati che della delineazione delle curve orizzontali; converrà però completare il disegno, il che non è difficile.

Se il disegnatore nel tracciare le curve, segnerà pure i punti dove esse incontrano corsi d'acqua, strade mulattiere, sentieri, ecc., non avrà poi, in seguito, che da valersi di questi punti per tracciare tutte le altre accidentalità del terreno.

Gli stessi criteri che guidano il disegnatore nella delineazione delle curve e delle accidentalità varie del terreno, varranno per segnare i caseggiati. Quanto alle culture sarà forse sufficiente delinearne, se del caso, i contorni, oppure limitarsi a rappresen-

tare il rispettivo segno convenzionale in uno solo dei due disegni; lo stesso dicasi dei nomi.

Volendo dar maggiore appariscenza alle forme del terreno, vi si potrà aggiungere l'ombreggiatura, adattando questa su ogni disegno, secondo l'andamento delle rispettive curve e non occorrerà preoccuparsi di stereografia; la sovrapposizione stereoscopica delle due immagini produrrà un impasto ottico della plastica del terreno di sicuro effetto.

Firenze. Giugno 1907.